

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **ZAVRŠNI RAD**

**Marijan Marković**

Zagreb, 2018.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **ZAVRŠNI RAD**

Mentor:

Izv. Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Student:

Marijan Marković

Zagreb, 2018.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Marijan Marković

Zahvaljujem se mentoru prof. dr. sc Milanu Vrdoljaku na svojoj pomoći prilikom izrade ovog rada te svakodnevnoj dostupnosti za razna pitanja unatoč brojnim vlastitim obavezama



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**  
Središnje povjerenstvo za završne i diplomске ispite  
Povjerenstvo za završne i diplomске ispite studija zrakoplovstva



Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur broj:	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Marijan Marković** Mat. br.: **0035200276**

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Primjena teorije elementarnog kraka za zrakoplovne propelere**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Application of Blade Element Theory for Aircraft Propellers**

Opis zadatka:

Aerodinamičke značajke zrakoplovnih propelera uobičajeno se izražavaju preko koeficijenta pogonske sile i pogonske snage te koeficijenta učinkovitosti. Teorija elementarnog kraka često se koristi za analizu tih aerodinamičkih značajki, samostalno ili u kombinaciji s teorijom diska ili teorijom vrtiloga kako bi se riješio problem određivanja inducirane brzine na kraku. Pri tome dostupno je nekoliko programa otvorenog koda za analizu karakteristika propelera koje primjenjuju teoriju elementarnog kraka, odnosno neku od njenih kombinacija.

Podaci potrebni za aerodinamičku analizu propelera teorijom elementarnog kraka su podaci o geometriji i uvjetima rada, aerodinamičkoj brzini i brzini vrtiloja. Od geometrije nužno je poznavati promjenu kutu uvijaranja i tetive po radijusu kraka kao i profil kraka te njegove aerodinamičke značajke.

U završnom radu potrebno je:

- napraviti pregled i usporediti mogućnosti dostupnih programa otvorenog koda za analizu karakteristika propelera primjenom teorije elementarnog kraka ili njenih kombinacija;
- prikupiti i prikazati sve potrebne podatke o propelerima koji će se razmatrati u analizi;
- usporediti i komentirati međusobno rezultate za razmatrane propelere primjenom odabranog programa u različitim uvjetima rada;
- usporediti rezultate s dostupnim rezultatima za razmatrane propelere.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatok zadan:

30. studenog 2017.

Zadatok zadan:

Izv. prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Rok predaje rada:

1. rok: 23. veljače 2018.

2. rok (izvanredni): 28. lipnja 2018.

3. rok: 21. rujna 2018.

Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 26.2. - 2.3. 2018.

2. rok (izvanredni): 2.7. 2018.

3. rok: 24.9. - 28.9. 2018.

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Ivica Smojver

## SADRŽAJ

1. UVOD.....	1
2. TEORETSKE OSNOVE .....	2
2.1. TEORIJA ELEMENTARNOG KRAKA.....	2
2.2. KOMBINIRANA TEORIJA ELEMENTARNOG KRAKA I TEORIJE DISKA .....	5
2.3. POBOLJŠANA TEORIJA ELEMENTARNOG KRAKA I TEORIJE VRTLOGA.....	6
3. PROGRAMI ZA ANALIZU .....	7
3.1. JBLADE .....	7
3.2. QPROP .....	8
4. GEOMETRIJA PROPELERA .....	10
4.1. APC SPORT 11X7.....	10
4.2. PROPELER 5868-9.....	11
4.3. ADKINS I LIEBECK.....	13
5. IZRADA MODELA .....	15
5.1. JBLADE .....	15
5.1.1. PROFIL CLARK-Y .....	15
5.1.2. PROFIL NACA 4415.....	16
5.1.3 OSTALI ULAZNI PODATCI .....	17
5.2. QPROP .....	18
5.2.1. PROFIL CLARK-Y .....	18
5.2.2. PROFIL NACA 4415.....	19
5.2.3. OSTALI ULAZNI PODATCI .....	21
6. ANALIZA REZULTATA .....	22
6.1. APC SPORT 11x7.....	22
6.2. ADKINS I LIEBECK.....	24
6.3. PROPELER 5868-9.....	28
7. ZAKLJUČAK.....	30
8. LITERATURA .....	31

## POPIS SLIKA

Slika 2.1 Elementarni presjek kraka propelera dr na radijusu $r$ [4].....	2
Slika 2.2 Brzine i sile na presjeku kraka propelera s induciranom brzinom [4] .....	3
Slika 3.1 Izgled funkcija uzgona i otpora s pripadajućim koeficijentima [11] .....	8
Slika 4.1 Izgled propelera APC Sport 11x7 .....	10
Slika 4.2 Geometrijske karakteristike APC Sport 11x7 u ovisnosti o radijusu [14].....	11
Slika 4.3 Izgled propelera 5868-9 .....	12
Slika 4.4 Geometrijske karakteristike za 5868-9 u ovisnosti o promjeru i maksimalnoj relativnoj debljini [15].....	12
Slika 4.5 Izgled propelera Adkins i Liebeck .....	13
Slika 4.6 Geometrijske karakteristike Adkins i Liebeck u ovisnosti o radijusu [17].....	14
Slika 5.1 Promjena relativne debljine profila Clark-Y duž radijusa za propeler 5868-9 .....	15
Slika 5.2 Izgled profila NACA 4415 korištenog za Adkins i Liebeck propeler .....	16
Slika 5.3 Ekstrapolirana polara od $360^\circ$ za NACA 4415 .....	16
Slika 5.4 Promjena geometrije propelera uslijed djelovanja vanjskih sila [] .....	17
Slika 5.5 Parametri analize u Jblade-u .....	18
Slika 5.6 Ovisnost koeficijenta uzgona o napadnom kutu za NACA 4415 profil .....	19
Slika 5.7 Ovisnost koeficijenta otpora o napadnom kutu za NACA 4415 profil.....	20
Slika 5.8 Polara za NACA 4415 profil.....	20
Slika 6.1 Promjena koeficijenta potisne sile u ovisnosti o koeficijentu napredovanja za APC Sport 11x7 .....	23
Slika 6.2 Promjena koeficijenta snage u ovisnosti o koeficijentu napredovanja za APC Sport 11x7 .....	23
Slika 6.3 Promjena koeficijenta učinkovitosti u ovisnosti o koeficijentu napredovanja za APC Sport 11x7 .....	24
Slika 6.4 Promjena koeficijenta potisne sile u ovisnosti o koeficijentu napredovanja za Adkins i Liebeck .....	25
Slika 6.5 Promjena koeficijenta snage u ovisnosti o koeficijentu napredovanja za Adkins i Liebeck .....	25
Slika 6.6 Promjena koeficijenta učinkovitosti u ovisnosti o koeficijentu napredovanja za Adkins i Liebeck .....	26
Slika 6.7 Usporedba rezultata ovisnosti koeficijenta potisne sile o koeficijentu napredovanja za staru i novu verziju Jbladea [thesis].....	26
Slika 6.8 Usporedba rezultata ovisnosti koeficijenta snage o koeficijentu napredovanja za staru i novu verziju Jbladea [thesis] .....	27
Slika 6.9 Usporedba rezultata ovisnosti koeficijenta učinkovitosti o koeficijentu napredovanja za staru i novu verziju Jbladea [thesis].....	27
Slika 6.10 Promjena koeficijenta potisne sile u ovisnosti o koeficijentu napredovanja za propeler 5868-9 .....	28
Slika 6.11 Promjena koeficijenta snage u ovisnosti o koeficijentu napredovanja za propeler 5868-9.....	29
Slika 6.12 Promjena koeficijenta učinkovitosti u ovisnosti o koeficijentu napredovanja za propeler 5868-9 .....	29

## POPIS OZNAKA

$C_{D0}$	[-]	Nulti koeficijent otpora
$CD_2$	[-]	Koeficijent parabole polare
$C_{L0}$	[-]	Koeficijent uzgona pri napadnom kutu od nula stupnjeva
$CLCD_0$	[-]	Iznos koeficijenta uzgona za najmanji otpor
$CL_{max}$	[-]	Maksimalni iznos koeficijenta sile uzgona
$CL_{min}$	[-]	Minimalni iznos koeficijenta sile uzgona
$C_{L\alpha}$	[-]	Koeficijent promjene uzgona po napadnom kutu
$C_P$	[-]	Koeficijent snage
$C_T$	[-]	Koeficijent potisne sile
$V_E$	[m/s]	Stvarna brzina optjecanja profila
$V_R$	[m/s]	Brzina propelera u odnosu na zrak
$V_i$	[m/s]	Inducirana brzina
$c_d$	[-]	Koeficijent otpora profila
$c_l$	[-]	Koeficijent uzgona profila
$\bar{r}$	[-]	Normirani radijus propelera
$t_{max}$	[m]	Maksimalna debljina profila
$\alpha_0$	[rad]	Napadni kut pri kojem je sila uzgona jednaka nuli
$\alpha_i$	[rad]	Inducirani napadni kut
$c$	[m]	Duljina tetive
$D$	[m]	Promjer
$D$	[N]	Sila otpora
$J$	[-]	Koeficijent napredovanja
$L$	[N]	Sila uzgona
$n$	[s <sup>-1</sup> ]	Broj okretaja
$N$	[-]	Broj krakova propelera
$P$	[W]	Snaga propelera



---

$Q$	[Nm]	Moment propelera
$r$	[m]	Radijus kraka propelera
$R$	[-]	Rezidual
$Re$	[-]	Reynoldsov broj
$Re_{exp}$	[-]	Reynoldsov korekcijski faktor
$T$	[N]	Potisna sila propelera
$V$	[m/s]	Aerodinamička brzina
$\Delta V$	[m/s]	Povećanje brzine kroz propeler
$\eta$	[-]	Koeficijent učinkovitosti
$\mu$	[Pas]	Dinamička viskoznost
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	Gustoća
$\sigma$	[-]	Koeficijent solidifikacije
$\phi$	[rad]	Kut napredovanja
$\psi$	[rad]	Stvarni kut napredovanja
$\Omega$	[rad/s]	Kutna brzina
$\alpha$	[rad]	Napadni kut
$\beta$	[rad]	Kut uvijanja
$\Gamma$	[m <sup>3</sup> /s]	Cirkulacija

## SAŽETAK

U radu su dani osnovni izrazi iz kombinirane teorije elementarnog kraka i teorije diska te poboljšane teorije elementarnog kraka i teorije vrtloga s osnovnim pretpostavkama. Nakon što su dane teoretske osnove opisane su mogućnosti i način rada programa otvorenog koda Jblade i Qprop koji koriste navedene teoretske formulacije za računanje aerodinamičkih koeficijenata propelera. Potom su odabrana tri propelera različitih veličina i geometrija za validaciju opisanih programa u različitim operacijskim uvjetima. Definirana je geometrija propelera zajedno s aerodinamičkim koeficijentima korištenih aeroprofila i izrađeni su modeli u oba programa za sva tri propelera. Poslije provedenih istraživanja programskih paketa u Jbladeu i Qpropu analizirani su dobiveni rezultati i uspoređeni međusobno, kao i s eksperimentalnim rezultatima istih propelera. Na kraju je donesen zaključak o performansama samih programa te prednostima i nedostacima istih.

Ključne riječi: Jblade, Qprop, propeler, aerodinamički koeficijenti, teorija elementarnog kraka

## **SUMMARY**

In this thesis blade element momentum theory and advanced blade element vortex theory are described with basic assumptions and equations. After explaining the theoretical fundamentals, possibilities and working methods of open source programs Jblade and Qprop that use mentioned formulations to calculate aerodynamic coefficients of propeller are given. Then, three propellers of different shape and size are chosen for validation of described programs in different operating conditions. Geometry is defined along with the aerodynamic coefficients of used airfoils and models of all three propellers are made in both programs. After the simulation in Jblade and Qprop are carried out, the given results are compared in between as well as with the experimental results of the same propellers. In the end, the conclusion of both programs performances is made by comparing advantages and disadvantages of each one.

Key words: Jblade, Qprop, propeller, aerodynamic coefficients, blade element theory

## 1. UVOD

S obzirom na svoju široku uporabu kod raznih varijanti motornog pogonjenih letjelica, propeler predstavlja bitan predmet analize i usavršavanja radi boljih performansi zrakoplova te ekonomičnosti zračnih putovanja. Predviđanje rezultata aerodinamičkih karakteristika propelera može uveliko doprinjeti smanjenju potrošnje goriva (ili struje u slučaju elektromotora) i samim time smanjiti zagađivanje okoliša. U današnje vrijeme postoji veliki broj dostupnih programskih paketa za analizu karakteristika propelera koji u relativno kratkom roku računaju aerodinamičke značajke propelera. Programi otvorenog koda, poput Qpropa [1] i Jbladea [2] bit će predmet analize ovog završnog rada u kojem će se rezultati dobiveni ovim programskim paketima usporediti s već postojećim eksperimentalnim rezultatima za iste propelere. Valja napomenuti kako to nisu jedini dostupni programi te postoje i drugi (npr. JavaProp [3]) koji nisu uzeti na razmatranje u sklopu ovog rada. Konačni rezultati će pokazati minimalne razlike između karakteristika dobivenih numeričkom analizom i eksperimentom odnosno koeficijente pogonske sile, snage te učinkovitosti. Razlike u rezultatima između programa pripisat će se različitim teoretskim modelima korištenim u programskim paketima te pretpostavke koje isti impliciraju, kao i određene aproksimacije uslijed pojednostavljenja problema. Validacija navedenih softvera korisna je svim proizvođačima propelerskih lopatica, koji na puno jeftiniji način mogu testirati nove zamisli bez prethodne izrade prototipova.

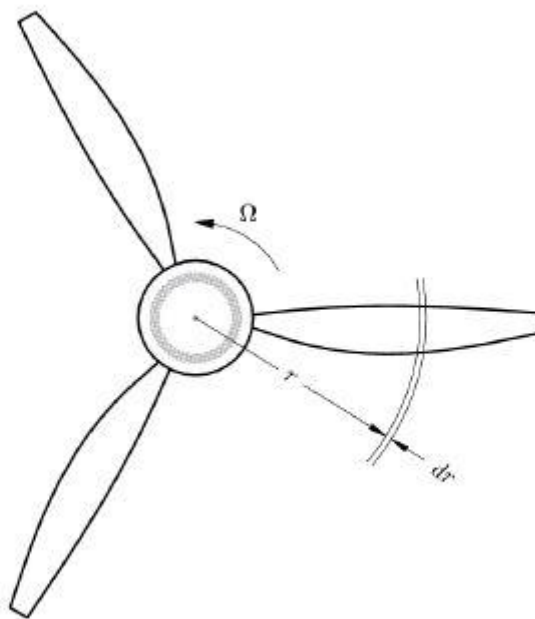
U radu će biti analizirana tri propelera različitih geometrija, profila i veličina kako bi se navedeni programi ispitali u različitim uvjetima rada. U nastavku će se dati teoretske osnove korištene u programskim paketima te se ukratko opisati način rada u oba programa. Potom slijede poglavlja gdje će se opisati sama geometrija korištenih propelera i način izrade modela u programskim paketima. Na kraju će se dobiveni rezultati analizirati i sve skupa sumirati u zadnjem poglavlju koje je ključno validaciju promatranih programa.

## 2. TEORETSKE OSNOVE

S obzirom kako promatrani programski paketi koriste različite teoretske formulacije za računanje aerodinamičkih karakteristika propelera, u ovom poglavlju dat će se osnovni izrazi za teorijske modela korištene u programskim paketima Jblade i Qprop.

### 2.1. TEORIJA ELEMENTARNOG KRAKA

Teorija elementarnog kraka za razliku od teorije diska razmatra gubitke uslijed radijalnog strujanja, rotacije zraka u tragu, otpore profila po radijusu te interferenciju krakova međusobno. Stoga je nužno uvesti geometriju kraka u analizu, jer se integralno po kraku zbraja elementarna rezultanta sila koja djeluje po radijusu  $dr$ . Kako se geometrija kraka mijenja od osi rotacije do vrha, odnosno relativna debljina profila, kut uvijanja te duljina tetive, mijenja se i iznos resultantne sile.



Slika 2.1 Elementarni presjek kraka propelera  $dr$  na radijusu  $r$  [4]

Kao što je poznatno iz aerodinamike, za elementarnu silu uzgona i otpora vrijede izrazi

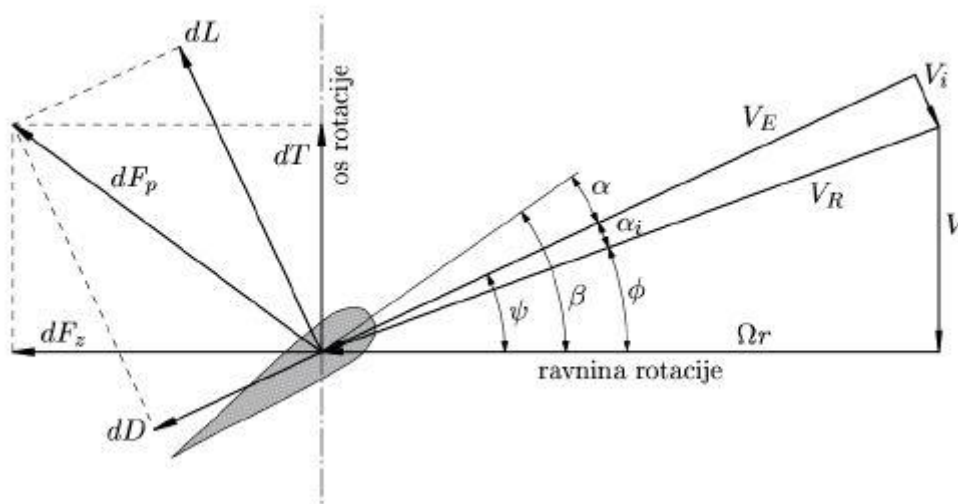
$$dL = \frac{1}{2} \rho V_R^2 \cdot c \cdot c_l \cdot dr \quad (2.1)$$

$$dD = \frac{1}{2} \rho V_R^2 \cdot c \cdot c_d \cdot dr. \quad (2.2)$$

Iz izraza za uzgon i otpor slijede izrazi za elementarnu potisnu silu i moment (slika 2.2).

$$dT = N \frac{1}{2} \rho V_R^2 \cdot c \cdot (c_l \cdot \cos \psi - c_d \cdot \sin \psi) \cdot dr, \quad (2.1)$$

$$dQ = N \frac{1}{2} \rho V_R^2 \cdot c \cdot (c_l \cdot \sin \psi + c_d \cdot \cos \psi) \cdot r dr. \quad (2.2)$$



Slika 2.2 Brzine i sile na presjeku kraka propelera s induciranom brzinom [4]

U navedenim izrazima za elementarnu potisnu silu i moment uzeti su u obzir inducirana brzina i kut, gdje je ukupna brzina  $V_E$  vektorski zbroj inducirane brzine  $V_i$  i brzine  $V_R$ , a kutu  $\phi$  se pribroji inducirani napadni kut  $\alpha_i$ . No u svrhu jednostavnosti umjesto  $V_E$  korištena je brzina  $V_R$  što je zadovoljavajuća aproksimacija pod pretpostavkom da je inducirani kut mali.

Korištenjem izraza za elementarnu potisnu silu i okretni moment mogu se izračunati izrazi za elementarni koeficijent potisne sile i snage kako slijedi:

$$dC_T = \frac{dT}{\rho n^2 D^4} = \frac{\pi}{8} \sigma (\pi^2 \bar{r}^2 + J^2) \cdot (c_l \cdot \sin \psi + c_d \cdot \cos \psi) d\bar{r} \quad (2.3)$$

$$dC_P = \frac{dP}{\rho n^3 D^5} = \frac{\pi}{8} \sigma \bar{r}^2 (\pi^2 \bar{r}^2 + J^2) \cdot (c_l \cdot \sin \psi + c_d \cdot \cos \psi) d\bar{r}, \quad (2.4)$$

gdje je  $\sigma$  koeficijent solidifikacije definiran kao omjer površine propelera (u ovom izrazu propeler ima konstantnu tetivu) te površine cijelog diska koji opisuje krak propelera

$$\sigma = \frac{Nc}{\pi R}, \quad (2.5)$$

a  $J$  koeficijent napredovanja definiran kao:

$$J = \frac{V}{n \cdot D}. \quad (2.6)$$

Snaga se računa kao:

$$dP = \Omega \cdot dQ, \quad (2.7)$$

gdje je  $\Omega$  kutna brzina koja iznosi:

$$\Omega = 2\pi n. \quad (2.8)$$

Pomoću koeficienata potisne sile i snage se onda računa iskoristivost kao:

$$\eta = \frac{C_T \cdot J}{C_P}. \quad (2.9)$$

## 2.2. KOMBINIRANA TEORIJA ELEMENTARNOG KRAKA I TEORIJE DISKA

Kombinirana teorija koristi rezultate iz obje navedenih teorija kako bi se dobili izrazi za induciranu brzinu  $V_i$  i inducirani napadni kut  $\alpha_i$ . Iz [4] za teoriju diska vrijedi da je:

$$dT = \rho \cdot 2\pi r dr \cdot \left(V + \frac{\Delta V}{2}\right) \cdot \Delta V, \quad (2.10)$$

gdje je inducirana brzina na disku propelera  $\frac{\Delta V}{2}$  jednaka  $V_i \cos \psi$ . Iz toga slijedi izraz:

$$dT = \rho \cdot 2\pi r dr \cdot (V + V_i \cos \psi) \cdot 2V_i \cos \psi dr. \quad (2.11)$$

Nadalje, uz pretpostavku da je koeficijent sile uzgona puno veći od koeficijenta sile otpora iz (2.3) slijedi da je:

$$dT = N \frac{1}{2} \rho V_R^2 \cdot c \cdot c_l \cdot \cos \psi dr. \quad (2.14)$$

Izjednačavanjem dvaju dobivenih izraza za elementarne potisne sile uz pretpostavku malog inducirano napadnog kuta  $\alpha_i$  dobije se konačni izraz za induciranu brzinu koji glasi:

$$V_i = \frac{N c c_l}{8\pi r} \cdot \frac{1}{\sin \phi + \alpha_i \cos \phi}. \quad (2.12)$$

Inducirani napadni kut  $\alpha_i$  uz pretpostavku da vrijedi  $\tan \alpha_i \approx \alpha_i = V_i/V_E$  i rješavanje kvadratne jednadžbe koja proizlazi iz tog izraza iznosi :

$$\alpha_i = \frac{1}{2 \cos \phi} \left[ -\left(\sin \phi + \frac{\sigma a_0}{8\bar{r}} + \sqrt{\left(\sin \phi + \frac{\sigma a_0}{8\bar{r}}\right)^2 + 4 \cos \phi \frac{\sigma a_0}{8\bar{r}} (\beta - \phi)} \right). \quad (2.13)$$



## 2.3. POBOLJŠANA TEORIJA ELEMENTARNOG KRAKA I TEORIJE

### VRTLOGA

Ova teorija koristi klasičnu formulaciju teorije elementarnog kraka i teorije vrtloga koju su razvili Betz [5], Goldstein [6] i Theodorsen [7] te ju je djelomično reformulirao Laraabee [8].

Poboljšanja uključuju:

- Variranje inducirane brzine po radijusu što daje konzistenciju rješenja kod teško opterećenih propelera,
- Rješenje cijelog sustava globalnom Newtonovom metodom iteracije, koja uključuje efekte indukcije
- Savršenu konzistenciju formulacija za analizu i konstrukciju propelera,
- Formulaciju i implementaciju modela totalne maksimalne snage za vjetrenjače.

Prema [9], Qprop koristi rješenje za lokalnu cirkulaciju u ovisnosti o lokalnom koeficijentu uzgon koja iznosi.

$$\Gamma = \frac{1}{2} V_E c c_l. \quad (2.17)$$

Problem analize je onda odrediti opterećenje na propeler zadane geometrije i poznatih aerodinamičkih svojstava profila s prikladnim radnim uvjetima. Tu se računa pomoću reziduala po radijusu:

$$R_r(\Gamma(r)) = \Gamma - \frac{1}{2} V_E c c_l. \quad (2.18)$$

Provodi se iterativni postupak računanja dok rezidual (2.18) ne poprimi vrijednost jednaku nuli. Konvergencija je kvadratne prirode te je potrebno samo par iteracija dok se ne dobije konačna raspodjela cirkulacije po radijusu s kojom se onda računaju potisna sila i moment prema izrazima (2.3) i (2.4).

### 3. PROGRAMI ZA ANALIZU

U ovom poglavlju bit će ukratko opisane mogućnosti i način rada u programima Qprop i Jblade. To su programi otvorenog koda za analiza aerodinamičkih karakteristika propelerskih lopatica. Iako im je raspon izlaznih podataka relativno sličan, svaki ima svoje posebitosti prilikom definiranja i analize propelera.

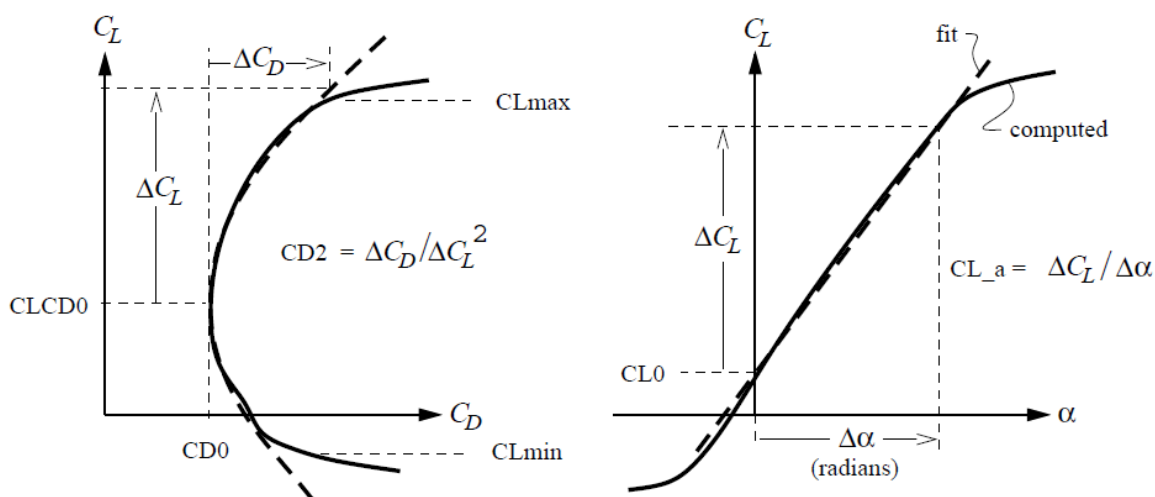
#### 3.1. JBLADE

Jblade je program otvorenog koda koji koristi kombiniranu teoriju elementarnog kraka i teorije diska za računanje performansi propelera. Program koristi grafičko sučelje koje korisniku olakšava uporabu te omogućava lakšu vizualizaciju same konstrukcije propelera. Izrada modela propelera počinje odabirom aeroprofila (jednoga ili više njih) koji će sačinjavati propelere implementacijom aeroprofila u Jblade. Učitavanje se može napraviti pomoću tekstualne datoteke s normiranim kordinatama aeroprofila (od 0 do 1), koja se potom otvara u Jbladeu (.dat file) ili odabirom jednog od NACA profila serije 4 ili 5 koji su već ugrađeni u sam programski paket. Za odabrani aeroprofil se potom računaju koeficijenti uzgona i otpora za različite Reynoldsove i Machove brojeve te napadne kuteve pomoću Xfoila, koji je također dio ovog programskog paketa [10]. Potom se za dane vrijednosti ekstrapolira polara za odabrani aeroprofil te se može odabrati i geometrija samog propelera. Kod ekstrapolacije polare je važno napomenuti da su ugrađeni i modeli za izračun nakon sloma uzgona (eng. post stall models), koji u svrhu točnijih rezultata prilikom sloma uzgona računaju polaru za svih 360° napadnog kuta. Kod navedenih modela važan je parametar  $CD_{90}$ , tj. iznos koeficijenta otpora pri napadnom kutu od 90°. Program nudi dvije opcije: jedna je linearna korelacija koeficijenta otpora pri 90° s radijusom napadnog ruba, a druga s relativnom debljinom profila na poziciji  $x/c = 0.0125$ . Prilikom odabira geometrije, Jblade daje mogućnost promjene kuta uvijanja i tetive aeroprofila po radijusu kraka kao i odabir aeroprofila te otprije ekstrapolirane polare na određenom radijusu (u slučaju da propeler nije sačinjen samo od jednog aeroprofila). Također se odabire i broj samih krakova te udaljenost korijena propelera od centra rotacije (eng. hub radius). Program također nudi i opciju unosa gustoće materijala od kojeg su napravljene lopatice propelera te preko nje i već izračunatog volumena računa masu. Potom, kada je gotova izrada geometrije propelera, odabire se brzina vrtnje propelera (koja nije varijabilna) kao i raspon aerodinamičkih brzina zajedno sa pripadajućim korakom brzine te gubici koji će se uzeti u obzir. Nakon izvršene simulacije

rezultati se dobijaju u formi grafova sa više varijabli ovisno o korisnikovim preferencama, koji mogu pohraniti u obliku tekstualne datoteke.

### 3.2. QPROP

Qprop je program za analizu performansi propelera u kombinaciji s električnim motorom. Programski paket je otvorenog koda te nema grafičko sučelje što znači da su ulazne i izlazne datoteke isključivo u tekstualnom formatu te se preporučuje korištenje vlastitih programa za vizualizaciju. Program koristi poboljšanu teoriju elementarnog kraka i teorije vrtloga za računanje aerodinamičkih karakteristika pri zadanim parametrima. Prilikom zadavanja aeroprofila, Qprop za razliku od Jbladea ne traži geometriju aeroprofila na proopeleru, već od korisnika traži već gotove koeficijente uzgona i otpora koji su izvučeni iz literature, ili izračunati pomoću Xfoila. Osim parametara uzgona i otpora treba zadati broj krakova propelera i prilagoditi mjerne jedinice SI sustavu odgovarajućim korekcijskim faktorima te naposljetku zadati samu geometriju propelera. Geometrija propelera zadaje se jednako kao i u JBladeu (duljina tetive i kut uvijanja u ovisnosti o udaljenosti od središta rotacije). Osim osnovnih parametara, u Qprop se mogu unjeti i lokalni parametri koji se mijenjaju po radijusu, tako da se za svaki element kraka može zasebno zadati polara promjenom koeficienata  $C_{L0}$ ,  $C_{L\alpha}$ ,  $C_{D0}$ ,  $CLCD_0$ ,  $CD_2$ ,  $C_{Lmin}$ ,  $C_{Lmax}$ ,  $Re_{ref}$  te tako prilagoditi parametre za što točnije rezultate.



Slika 3.1 Izgled funkcija uzgona i otpora s pripadajućim koeficijentima [11]

Uz datoteku koja opisuje geometriju propelera zajedno s aerodinamičkim koeficijentima, treba učitati i datoteku koja opisuje električni motor. U njoj su minimalno četiri parametra od kojih jedan opisuje model motora, dok ostala tri opisuju jačinu struje, otpor te omjer okretaja u minuti i napona. Datoteka koja sadrži podatke za električni motor može imati i dodatne parametre (koji ovise o odabranom tipu motora), no oni neće biti razmatrani u ovom radu budući da se cijela datoteka koristi samo radi zahtjeva programa u svrhu dobivanja konačnih rezultata. Stoga ni četiri nužna parametra neće biti predmet rasprave, jer nemaju utjecaja na tražene veličine. Qprop također nudi opciju promjene već implementirane datoteke za konstante promatranog fluida. U navednoj datoteci se mogu promijeniti iznosi gustoće, dinamičke viskoznosti i brzine zvuka, a ukoliko se ista ne učitava Qprop će raditi sa zadanim konstantama na razini mora u normalnim atmosferskim uvjetima zraka.

## 4. GEOMETRIJA PROPELERA

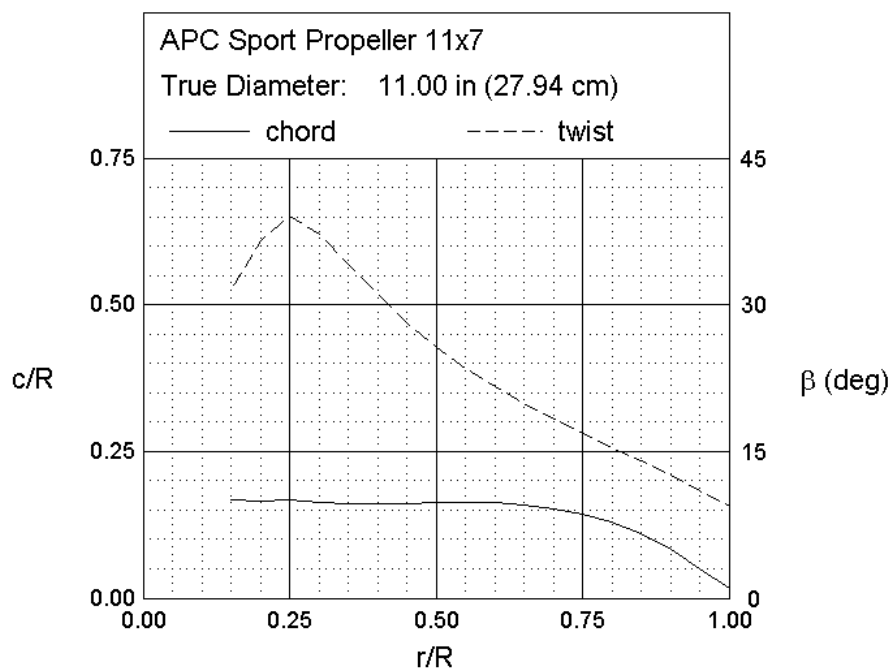
U programskim paketima Qprop i Jblade testirana su tri propelera te su isti uspoređeni s eksperimentalnim rezultatima. Promatrani propeleri su APC Sport 11x7, Adkins i Liebeck propeler te propeler 5868-9. Prije izrade modela prvo su preuzete geometrijske karakteristike propelera.

### 4.1. APC SPORT 11X7

APC Sport 11x7 je mali propeler promjera 11 inča (28 cm) namjenjen za električne motore. Propeler je izrađen od kompozita te se koristi pretežito za aeromodelarstvo na daljinski kontroliranim letjelicama. Iako su geometrijske karakteristike profila ovog propelera nedovoljno poznate, zna se da je on napravljen od kombinacije aeroprofila NACA 4412 i Clark-Y (iz [12] i [13]) te će se zbog sličnosti istih (i jednostavnosti) smatrati u nastavku da je korišten isključivo Clark-Y i to maksimalne relativne debljine 12%. Na slici 4.1 može se vidjeti izgled propelera s prikazanim aeroprofilima po rasponu kraka dobiven u Jbladeu. Geometrija za APC Sport prikazana je na slici 4.2 te preuzeta iz [14].



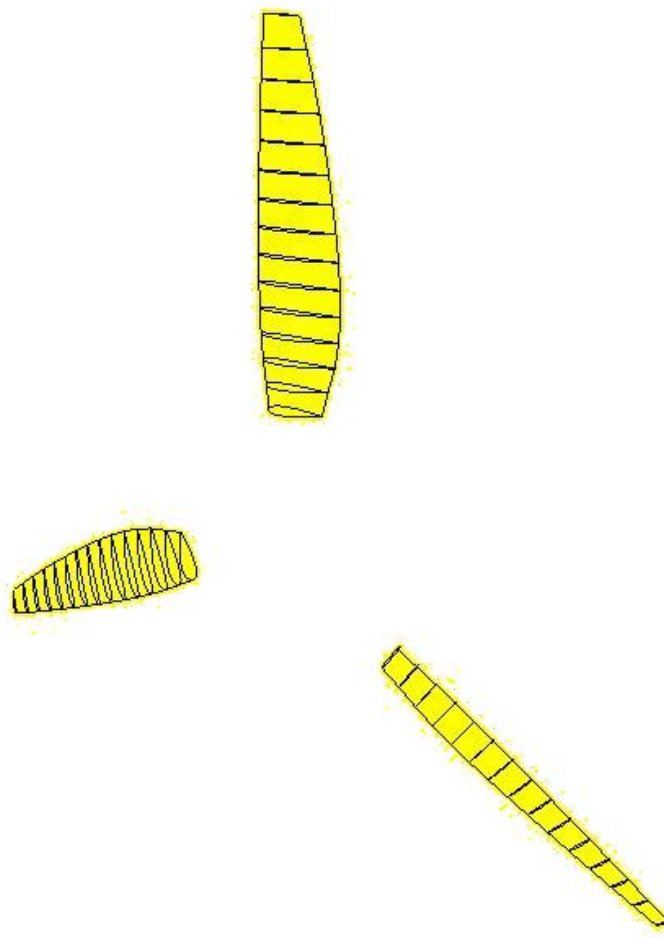
Slika 4.1 Izgled propelera APC Sport 11x7



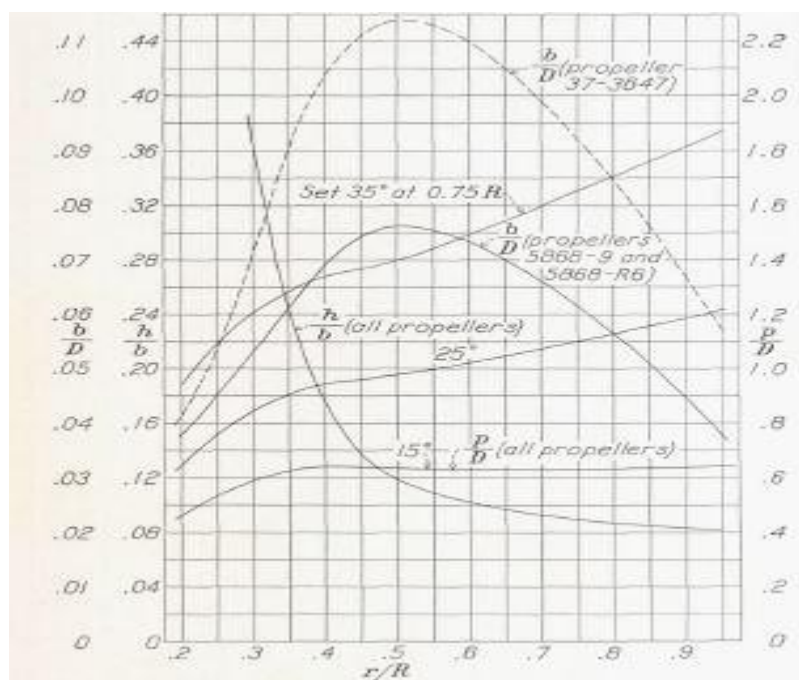
Slika 4.2 Geometrijske karakteristike APC Sport 11x7 u ovisnosti o radijusu [14]

#### 4.2. PROPELER 5868-9

Propeler 5868-9 također koristi Clark-Y profil duž čitavog radijusa [15], no on je većeg promjera koji iznosi 3.048 m (10 ft) te je korišten u eksperimentalne svrhe. Na slici 4.3 može se vidjeti izgled propelera s prikazanim aeroprofilima po rasponu kraka dobiven u Jbladeu. Geometrija za propeler 5868-9 je vidljiva na slici 4.4. Kod propelera 5868-9 je promatran kut uvijanja s iznosom od  $25^\circ$  na 0.75 radijusa te je isti propeler razmatran za konfiguraciju s tri kraka,



Slika 4.3 Izgled propelera 5868-9



Slika 4.4 Geometrijske karakteristike za 5868-9 u ovisnosti o promjeru i maksimalnoj relativnoj debljini [15]

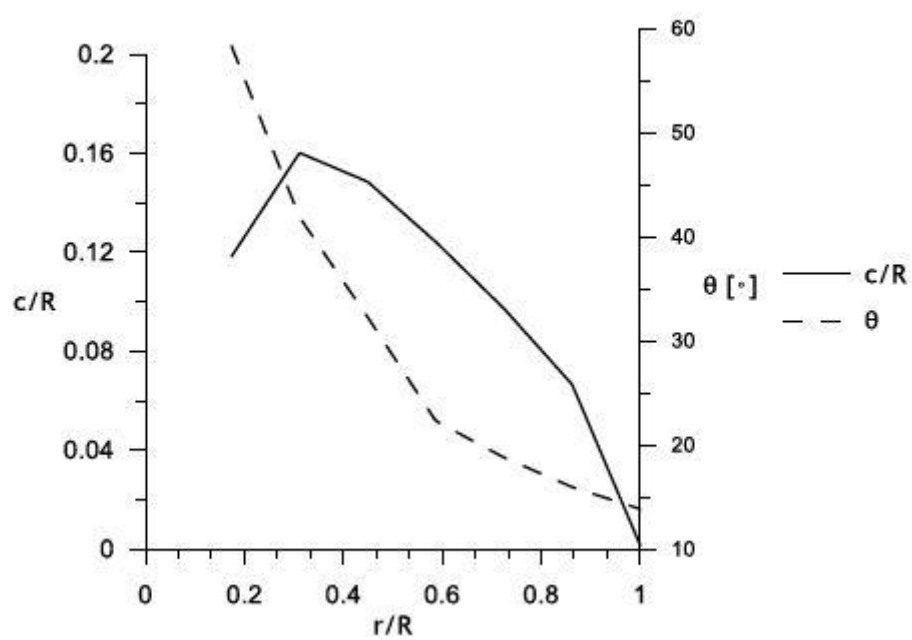
### 4.3. ADKINS I LIEBECK

Adkins i Liebeck propeler je također eksperimentalni propeler, ali novije izrade te je on promjera 1.75 m i koristi NACA 4415 profil duž čitavog radijusa [16]. Oba veća propelera (Adkins i Liebeck te 5868-9) su namjenjena za motore s unutarnjim izgaranjem. Na slici 4.5 može se vidjeti izgled propelera s prikazanim aeroprofilima po rasponu kraka dobiven u Jbladeu. Geometrija za propeler Adkins i Liebeck je preuzeta iz [17] i vidljiva na slici 4.6.



Slika 4.5 Izgled propelera Adkins i Liebeck





Slika 4.6 Geometrijske karakteristike Adkins i Liebeck u ovisnosti o radijusu [17]

## 5. IZRADA MODELA

### 5.1. JBLADE

#### 5.1.1. PROFIL CLARK-Y

Izrada modela propelera APC Sport 11x7 u Jblade-u je počela učitavanjem datoteke s normiranim koordinatama aeroprofila Clark-Y preuzetih iz [18]. Koordinate su spremljene u tekstualnoj datoteci s ekstenzijom .dat kako bi ih Jblade mogao prepoznati. Nakon učitavanja provedena je analiza s već implemetiranim Xfoilom za zadani profil u rasponu kuteva od  $-15^\circ$  do  $15^\circ$  i Reynoldosvim brojem izračunatim za prema izrazu:

$$Re = \frac{\rho \cdot \Omega r \cdot c}{\mu}, \quad (5.1)$$

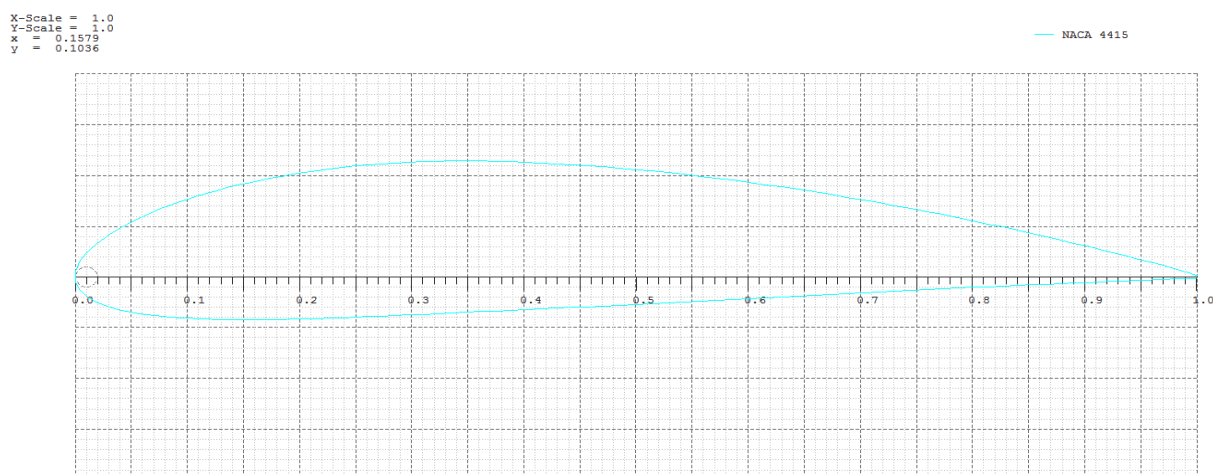
koji za  $\bar{r}=0.75$  i 6000 okretaja u minuti iznosi  $Re=88000$ . S obzirom da propeler 5868-9 koristi isti profil provedena je donekle slična procedura. Naime kako su za njega dostupni podatci za promjenu maksimalne relativne debljine po radijusu (dok za APC Sport 11x7 nisu) provedeno je više analiza za profil, jer mu se s promjenom relativne debljine mijenjaju i aerodinamički koeficijenti (slika 5.1).



Slika 5.1 Promjena relativne debljine profila Clark-Y duž radijusa za propeler 5868-9

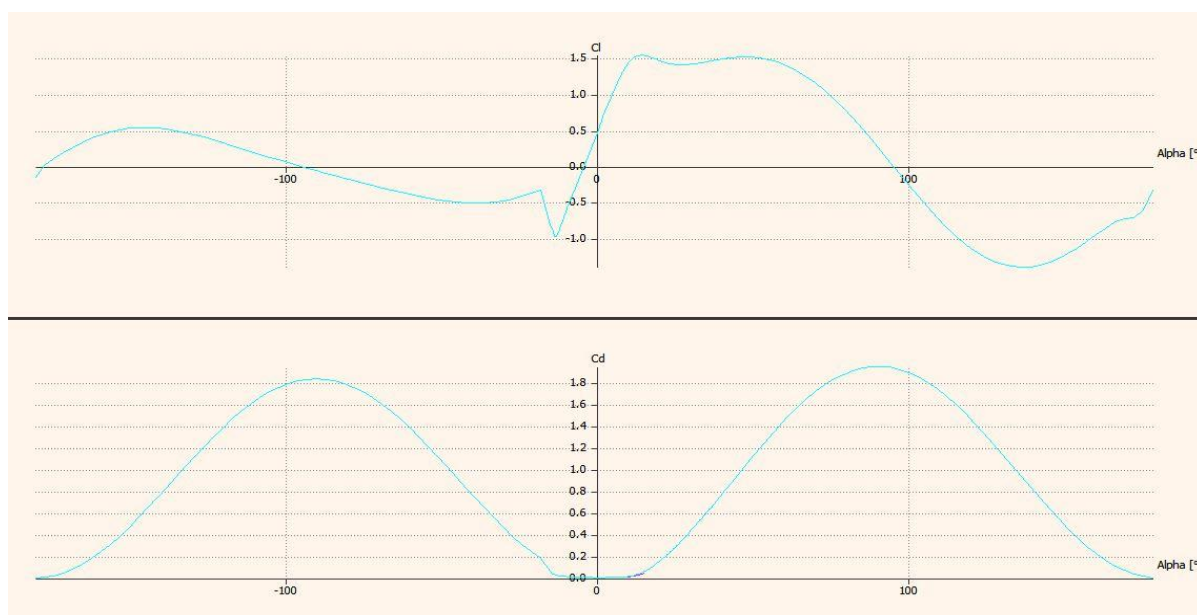
### 5.1.2. PROFIL NACA 4415

Adkins i Liebeck propeler koristi NACA profil serije 4 i za isti su samo unešeni podatci u Jblade te je dan gotov profil bez potrebe za učitavanjem normiranih koordinata (slika 5.2). Adkins i Liebeck je analiziran za Reynoldsov broj od 500000.



Slika 5.2 Izgled profila NACA 4415 korištenog za Adkins i Liebeck propeler

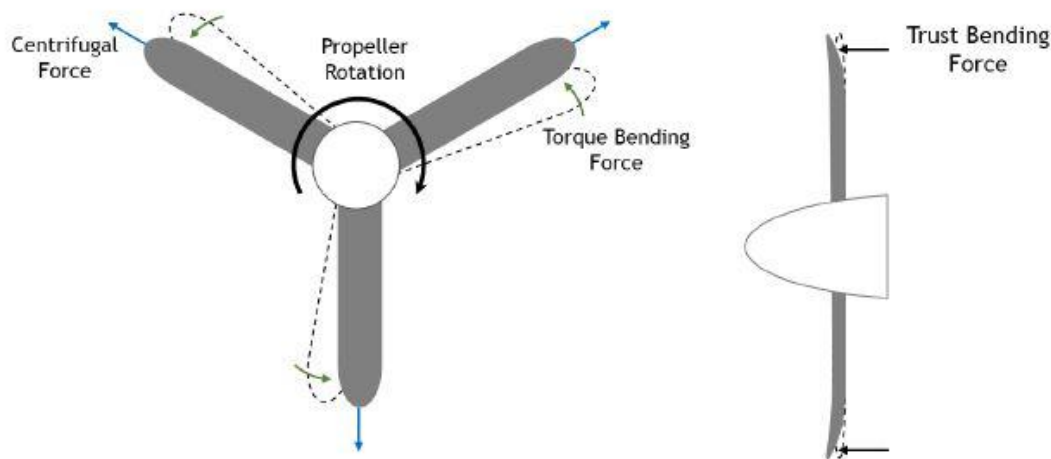
Nakon analize karakteristika aeroprofila ekstrapolirana je polara od  $360^\circ$  (slika 5.3) te je unešena sama geometrija propelera duž radijusa.



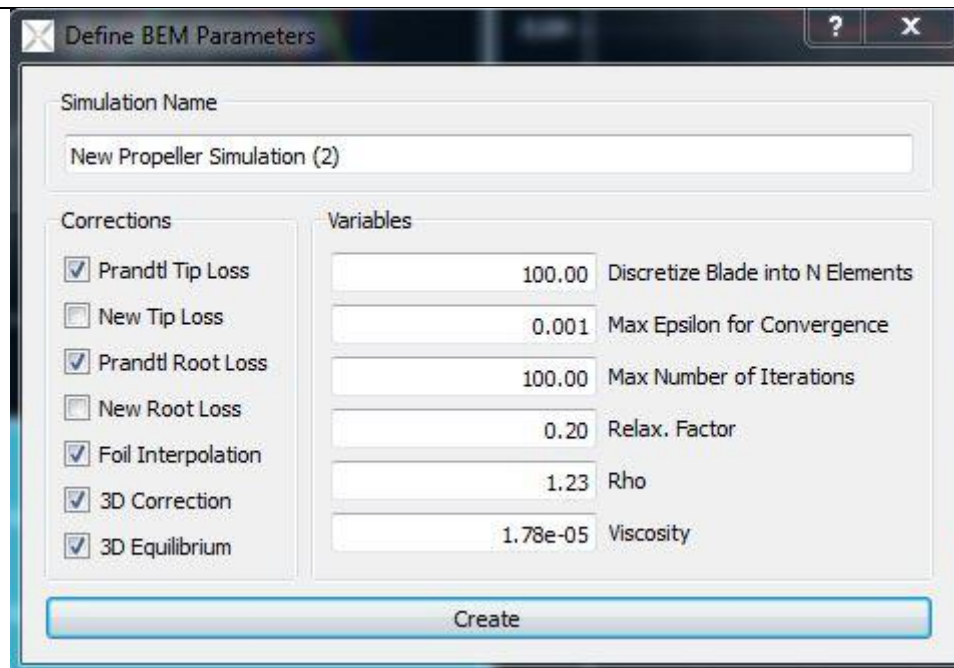
Slika 5.3 Ekstrapolirana polara od  $360^\circ$  za NACA 4415

### 5.1.3 OSTALI ULAZNI PODATCI

Geometrija sadrži broj krakova propelera, ovisnosti kuta uvijanja i tetive o radijusu zajedno s pripadajućim aeroprofilom i polarom za svaki dio kraka (polara i profil se mijenjaju za propeler 5868-9 radi promjene relativne debljine dok su za druga dva propelera te vrijednosti konstantne). Kada je definirana sama geometrija zadaju se parametri ispitivanja, a to su kutna brzina, raspon aerodinamičke brzine te korak brzine. Parametri ispitivanja su zadani u skladu s eksperimentalnim rezultatima kako bi se što točnije mogli usporediti. Također se nudi i opcija zadavanja fiksnog pomaka kuta uvijanja te je ista korištena kod propelera APC Sport 11x7 u iznosu od 1 stupanj što je pretpostavka uvedena radi samog savijanja propelera u radu (iz [19]). Ovaj propeler ima tanke krakove te uslijed razlike tlaka dolazi do male promjene geometrije koja je ovim putem uzeta u obzir (slika 5.4), iz [19]. Nakon zadavanja parametara testiranja još su samo zadani gubitci koji su uzeti u obzir, svojstva fluida u kojem se ispitivanje događa (zrak) te podatci za numeričku integraciju kao što se vidi na slici 5.5.



Slika 5.4 Promjena geometrije propelera uslijed djelovanja vanjskih sila [17]



Slika 5.5 Parametri analize u Jblade-u

## 5.2. QPROP

### 5.2.1. PROFIL CLARK-Y

Izrada ulazne datoteke za propeler u Qpropu je počela izračunom koeficienata uzgona i otpora  $C_{L0}$ ,  $C_{L\alpha}$ ,  $C_{D0}$ ,  $CLCD_0$ ,  $CD_2$ , koji su za profil Clark-Y računati po formulama kako slijedi, preuzetim iz [Barač], koji su dobiveni iz Xfoila.

$$\alpha_0 = -\left(0.405 \frac{t_{max}}{c} + 0.013\right), \quad (5.2)$$

gdje je

$$C_L = 6.188 \cdot (\alpha - \alpha_0). \quad (5.3)$$

Po gornjoj jednadžbi ispada da je  $C_{L\alpha}=6.188$ , a  $C_{L0} = -6.188 \cdot \alpha_0$ , što za maksimalnu relativnu debljinu od 12% iznosi 0.374. Koeficijenti za uzgon dobiveni su iz jednadžbe:

$$C_D = C_{D0} + 0.01(C_L - 0.15)^2, \quad (5.4)$$

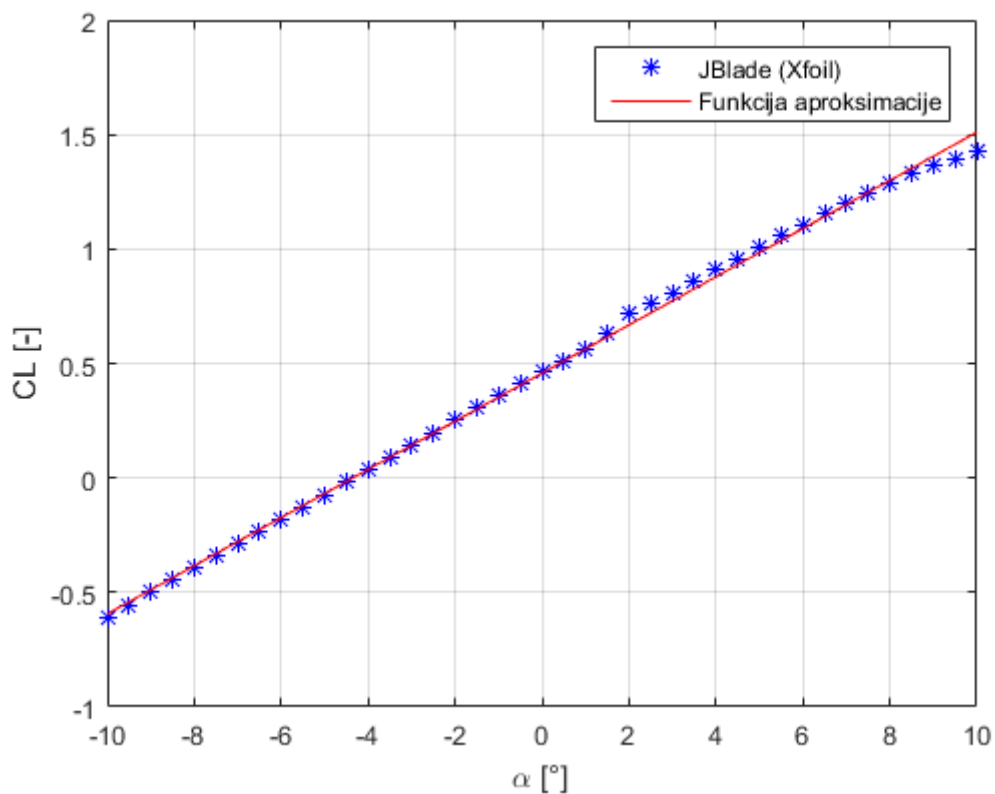
gdje je  $CLCD_0 = 0.15$ , a  $CD_2 = 0.01$ .  $C_{D0}$  je dobiven iz izraza:

$$C_{D0} = 0.004 + 0.017 \cdot \frac{t_{max}}{c}. \quad (5.5)$$

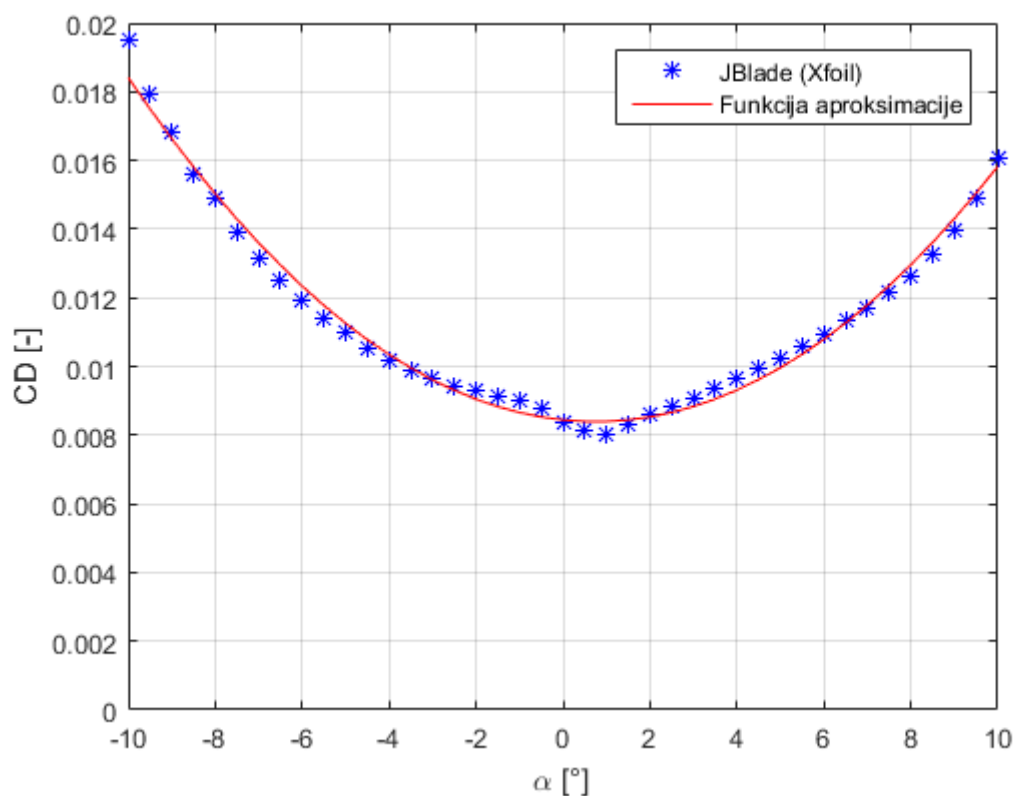
Korištena je opet maksimalna relativna debljina od 12% za koju je  $C_{D0} = 0.0025$ . Veličine za  $C_{Lmin}$  i  $C_{Lmax}$  su očitane direktno iz  $C_L - \alpha$  dijagrama iz Jbladea.

### 5.2.2. PROFIL NACA 4415

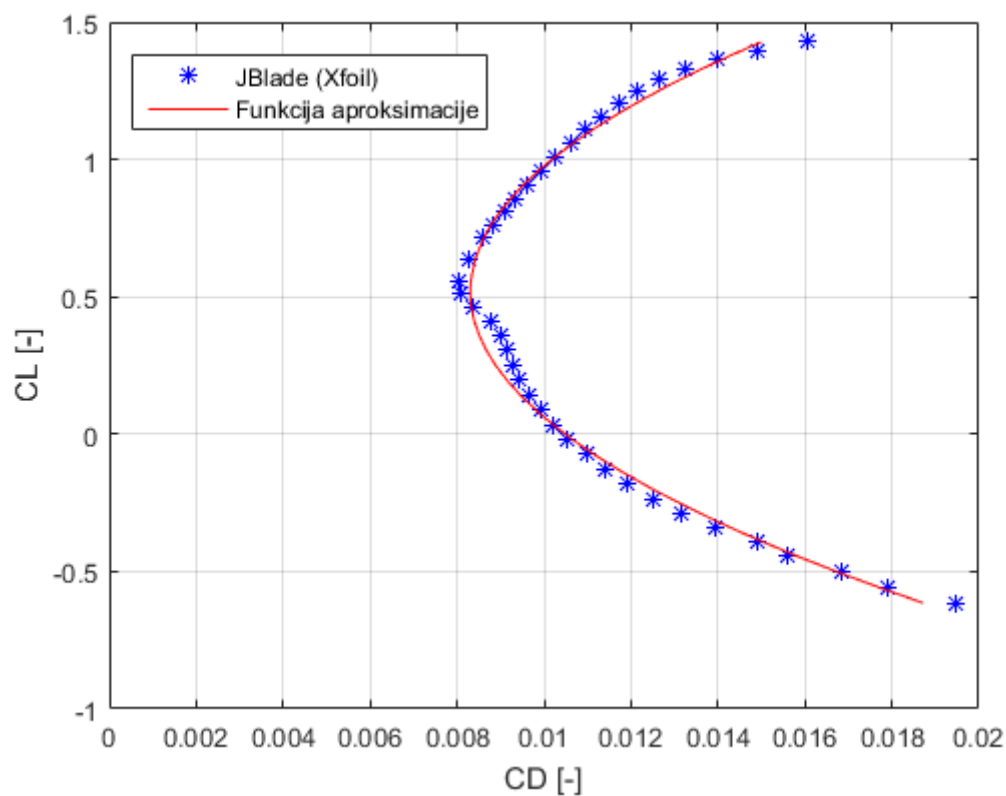
Za NACA 4415 profil dobiveni rezultati iz Jbladea su učitani u Matlab te je kroz njih provučena funkcija aproksimacije (slike 5.6-5.8) iz kojih su potom iščitani traženi koeficijenti.



Slika 5.6 Ovisnost koeficijenta uzgona o napadnom kutu za NACA 4415 profil



Slika 5.7 Ovisnos koeficijenta otpora o napadnom kutu za NACA 4415 profil



Slika 5.8 Polara za NACA 4415 profil

### 5.2.3. OSTALI ULAZNI PODATCI

Nakon karakteristika aeroprofila zadan je referentni Reynoldsov broj te korekcijski faktor kojeg Qprop za male propelere preporuča u iznosu od  $Re_{exp}=0.5$  (APC Sport 11x7), dok je preporuka da se za veće propelere uzme faktor od  $Re_{exp}=0.2$  (Adkins i Liebeck te 5868-9). Iako Qprop nudi unos korekcijskih faktora za pretvorbu mjernih jedinica analiza je rađena s mjernim jedinicama po SI sustavu pa svi korekcijski faktori iznose 1. Poslje toga su još unesene koordinate radijusa po kraku, kuta uvijanja i tetive te je time kompletirana datoteka za geometriju propelera APC Sport 11x7 te Adkins i Liebeck. S obzirom da se za propeler 5868-9 relativna debljina profila mijenja ti se podatci moraju unjeti posebno za svaki dio kraka gdje je zadana geometrija. To je napravljeno u Matlabu s pomoću petlje koja je za različite relativne debljine računala koeficijente uzgona i otpora koji stoje odmah pokraj podataka o geometriji.

Poslije spremanja datoteke propelera izvršena je analiza pozivom programa Qprop pozvanog iz Matlaba naredbom: "!qprop APCSport11x7 s600-8v-dd 0,24.4,0.2 6000 8 1" (prikazan je poziv za propeler APC Spirt 11x7). Naredba poziva već spomenutu datoteku s geometrijom propelera zajedno s već preuzetom datotekom za motor i ulaznim parametrima. Kombinacija motor- propeler se ispituje za raspon aerodinamičkih brzina od 0 do 24.4 s korakom 0.2 pri brzini vrtnje od 6000 RPM za napon od 8V te kut uvijanja od 1 stupanj (koji je dodan radi deformacije propelera kao i u Jblade-u). Potom su pomoću Matlaba uspoređeni rezultati dobiveni u Qpropu, Jbladeu te oni iz eksperimenta. Za druga dva propelera u pozivu funkcije promijenjeno je ime datoteke za propeler te parametri ispitivanja koji odgovaraju eksperimentu.

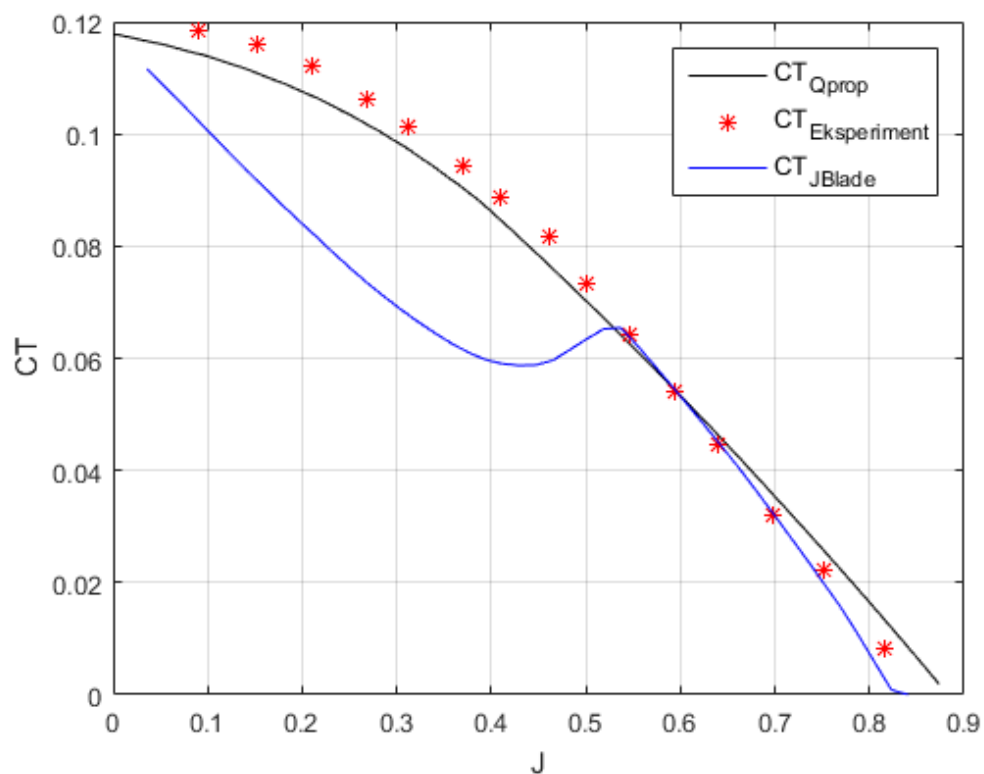


## 6. ANALIZA REZULTATA

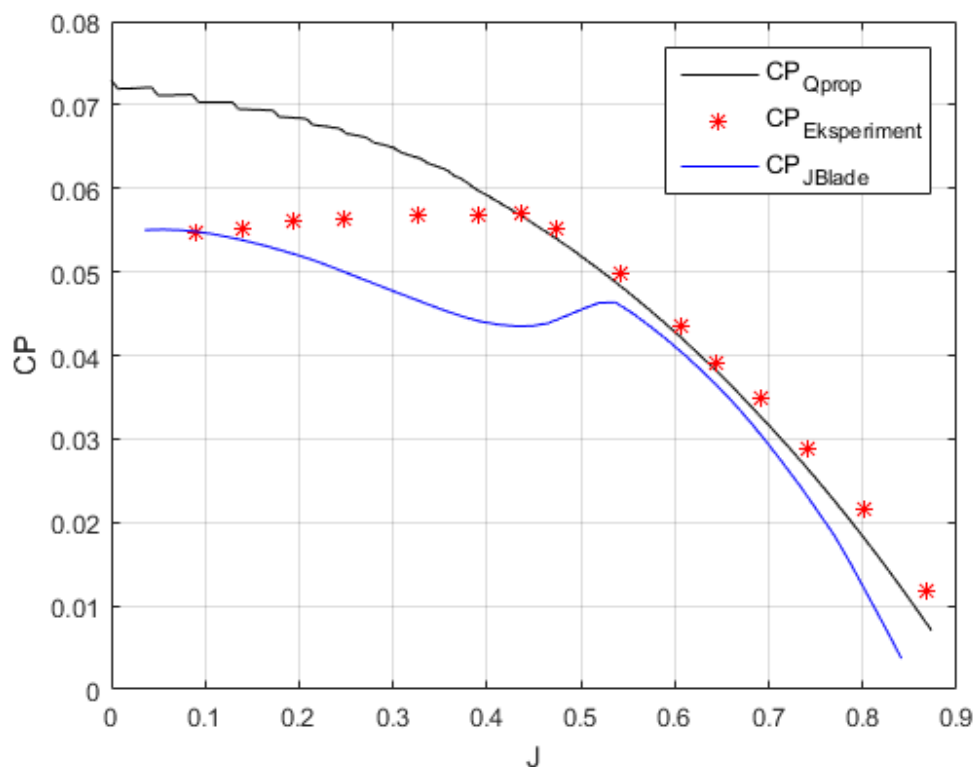
U ovom poglavlju bit će analizirani rezultati aerodinamičkih karakteristika sva tri promatrana propelera dobiveni u Qpropu i Jbladeu. Rezultati će biti uspoređeni međusobno, kao i s eksperimentalnim rezultatima radi validacije promatranih programa.

### 6.1. APC SPORT 11x7

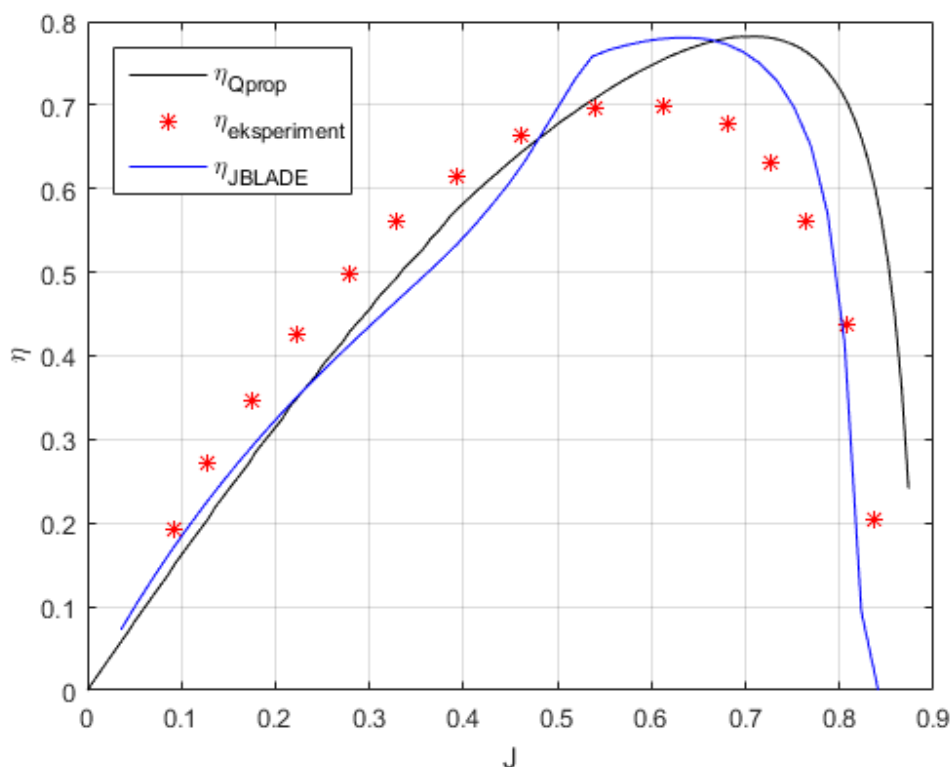
Prikaz rezultata aerodinamičkih značajki za propeler APC Sport 11x7 može se vidjeti na slikama (6.1-6.3). Kao što je i vidljivo na slikama 6.1 i 6.2 oba programa dobro procjenjuju koeficijente potisne sile i snage za veći korak napredovanja s obzirom na eksperimentalne vrijednosti iz [14], dok rezultati za manje korake napredovanja ipak odstupaju od izmjerenih vrijednosti. Za manje vrijednosti koraka napredovanja Jblade je podcijenio i  $C_T$  i  $C_P$ , a Qprop je pak precijenio  $C_P$ , dok je  $C_T$  u prihvatljivim granicama. Rezultati za koeficijente  $C_T$  i  $C_P$  imaju utjecaj na učinkovitost što se može primjetiti na slici 6.3. Maksimalna učinkovitost je za 10% veća od izmjerene što je posljedica blagog podcjenjivanja krivulja iznosa  $C_P$  za veće korake napredovanja s obzirom da se on nalazi u nazivniku formule (2.11) za računanje učinkovitosti. Vidljivo je također i da je Qprop blago precijenio korak napredovanja kod kojeg se postiže maksimalna učinkovitost, a Jblade ga je točno procijenio. Valja također primjetiti da iznosi za  $C_P$  i  $C_T$  programskog paketa Jblade za iznose koraka napredovanja od  $J=0.5$  imaju točku infleksije koja se onda posljedično pojavljuje i kod dijagrama učinkovitosti. Za istu se pretpostavlja da je posljedica nekonvergencije rezultata nekih elemenata na propeleru kod iznosa koeficienta napredovanja  $J=0.75$  (iz [19]). Još jedan od razloga odstupanja dobivenih rezultata od izmjerenih vrijednosti je nedostupnost podataka za profil korišten prilikom izrade modela, za koji je u nedostatku boljih opcija pretpostavljen Clark-Y profil duž čitavog radijusa.



Slika 6.1 Promjena koeficijenta potisne sile u ovisnosti o koeficijentu napredovanja za APC Sport 11x7



Slika 6.2 Promjena koeficijenta snage u ovisnosti o koeficijentu napredovanja za APC Sport 11x7

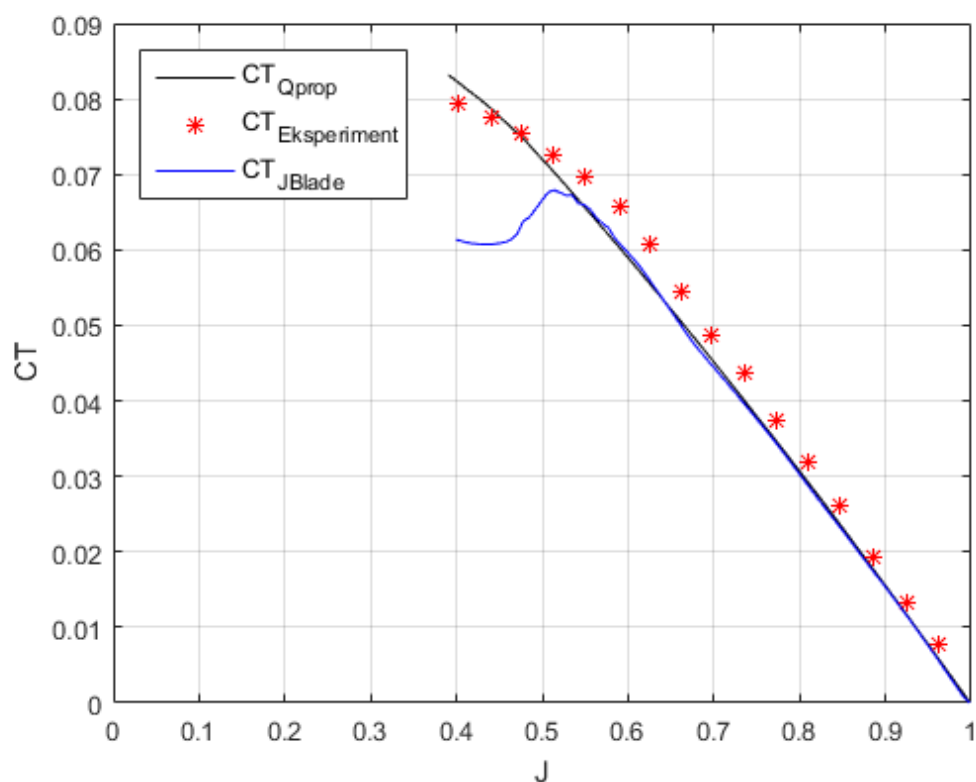


Slika 6.3 Promjena koeficijenta učinkovitosti u ovisnosti o koeficijentu napredovanja za APC Sport 11x7

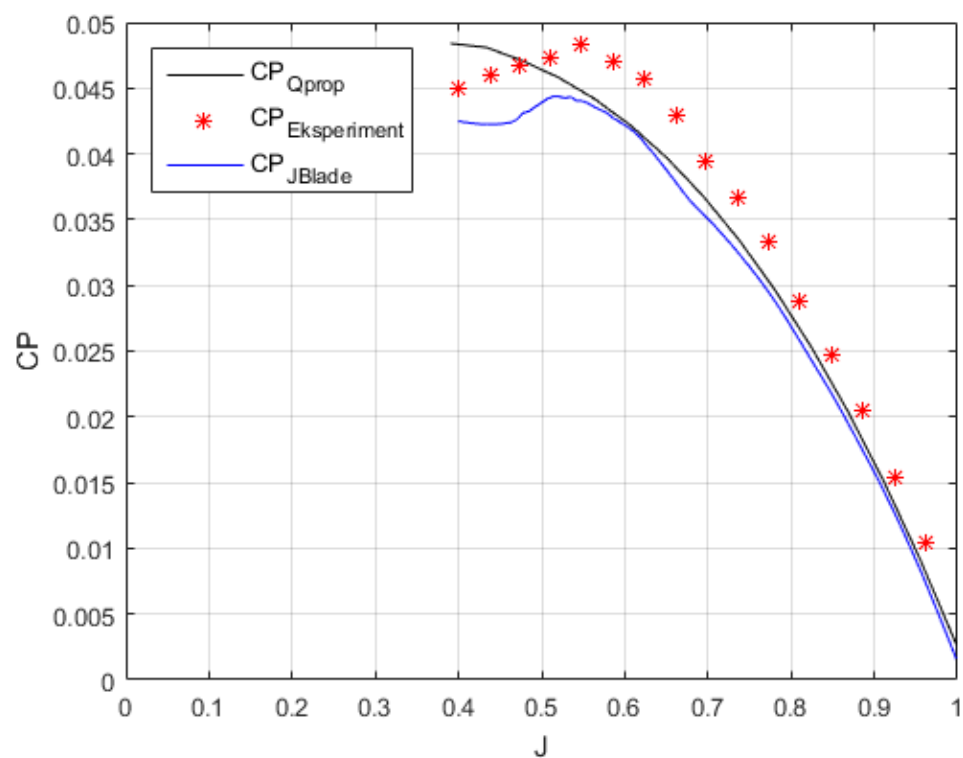
## 6.2. ADKINS I LIEBECK

Prikaz rezultata aerodinamičkih značajki za propeler Adkins i Liebeck može se vidjeti na slikama (6.4-6.6). Oba softvera daju približno identične rezultate za koeficijente pogonske sile i snage na većim koracima napredovanja te posljedično iste rezultate za koeficijent učinkovitosti. Na sva tri dijagrama se vrijednosti iz modela počinju razilaziti ispod koeficijenta napredovanja  $J=0.5$ , ali za njih nisu dostupni eksperimentalni rezultati te isti nisu mogli biti uspoređeni. Rezultati iz programskih paketa odlično su predvidjeli sve tri krivulje što se može pripisati relativno jednostavnoj geometriji ovog eksperimentalnog propelera te dostupnosti svih potrebnih podataka i uvjeta ispitivanja.

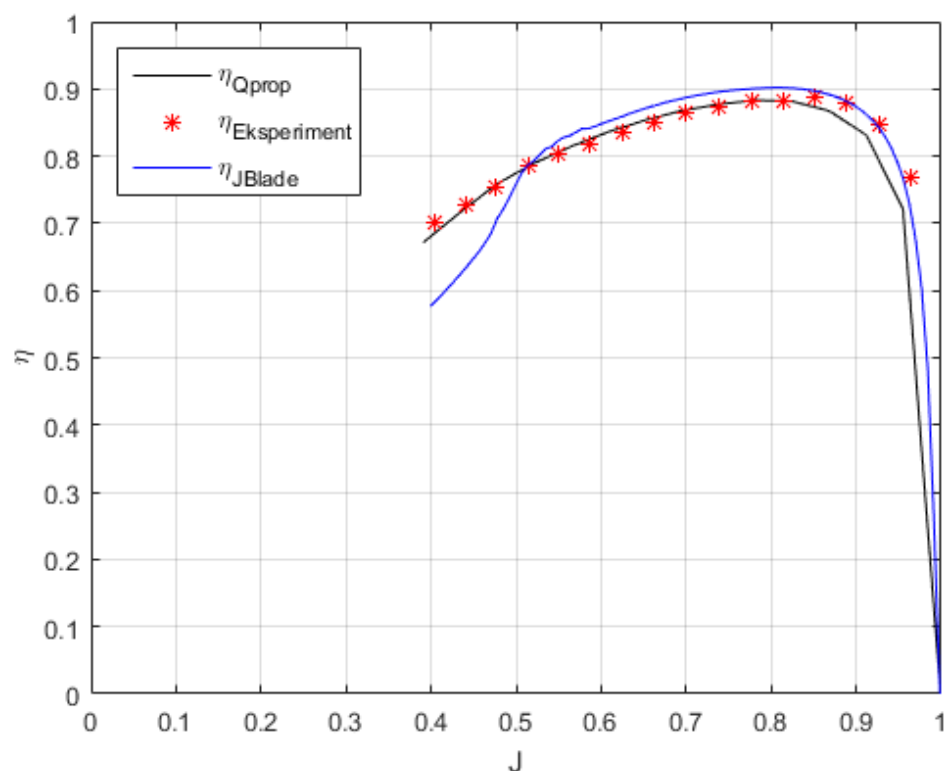
Na slikama 6.7-6.9 može se vidjeti usporedba rezultata dobivenih iz starije verzije Jbladea 5.17 (s kojom su dobiveni svi rezultati za usporedbu s Qpropom) te novije verzije Jbladea 6.02 iz [17], koja nije dostupna za preuzimanje. Kao što je i vidljivo sa slika 6.7-6.8, koeficijent potisne sile se praktički poklapa za obje verzije, dok se koeficijent snage neznatno razlikuje za staru i novu verziju. Razlika nije značajna, pa se u dijagramu ovisnosti koeficijenta učinkovitosti o koeficijentu napredovanja na slici 6.9 i ne očituje uslijed rezolucije dijagrama te moguće greške prilikom očitavanja rezultata.



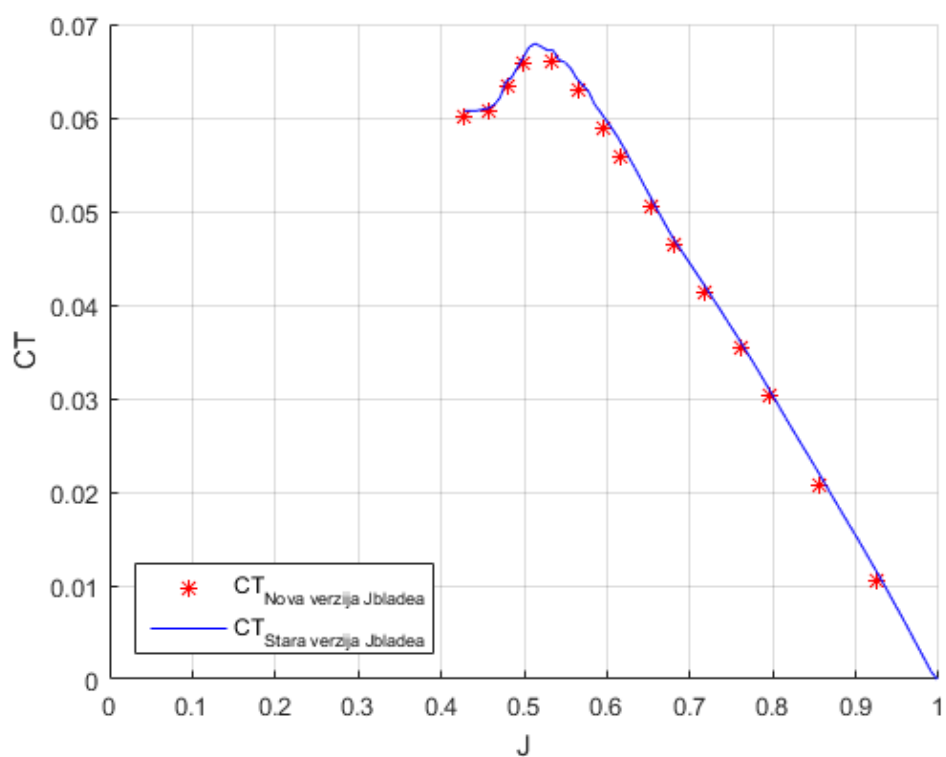
Slika 6.4 Promjena koeficijenta potisne sile u ovisnosti o koeficijentu napredovanja za Adkins i Liebeck



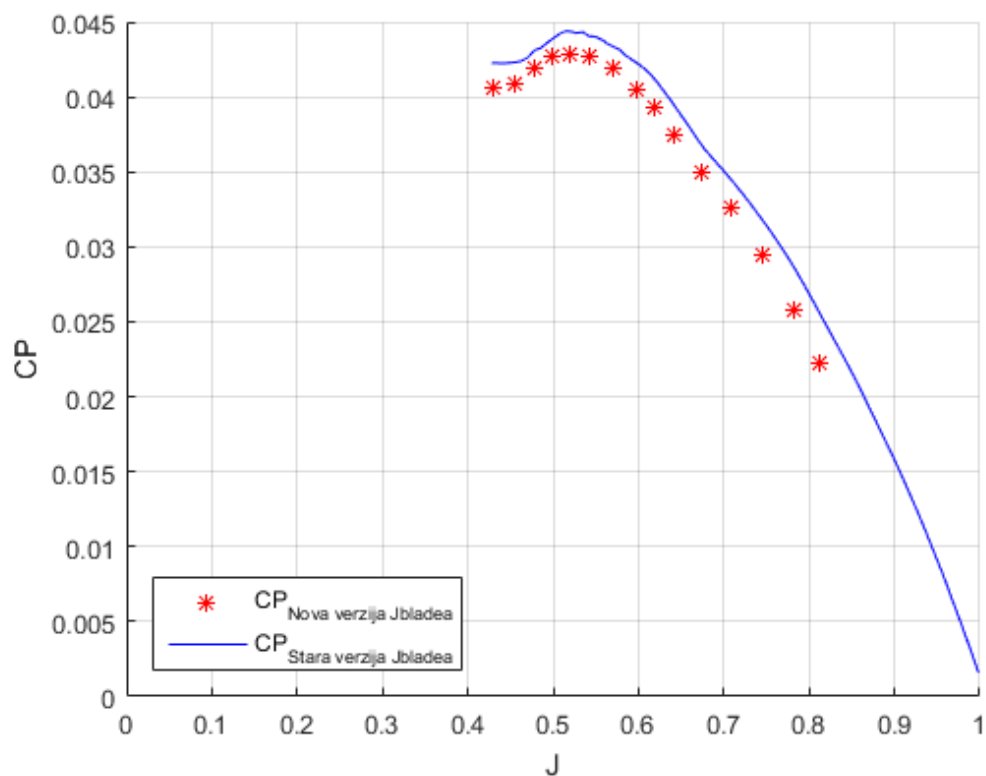
Slika 6.5 Promjena koeficijenta snage u ovisnosti o koeficijentu napredovanja za Adkins i Liebeck



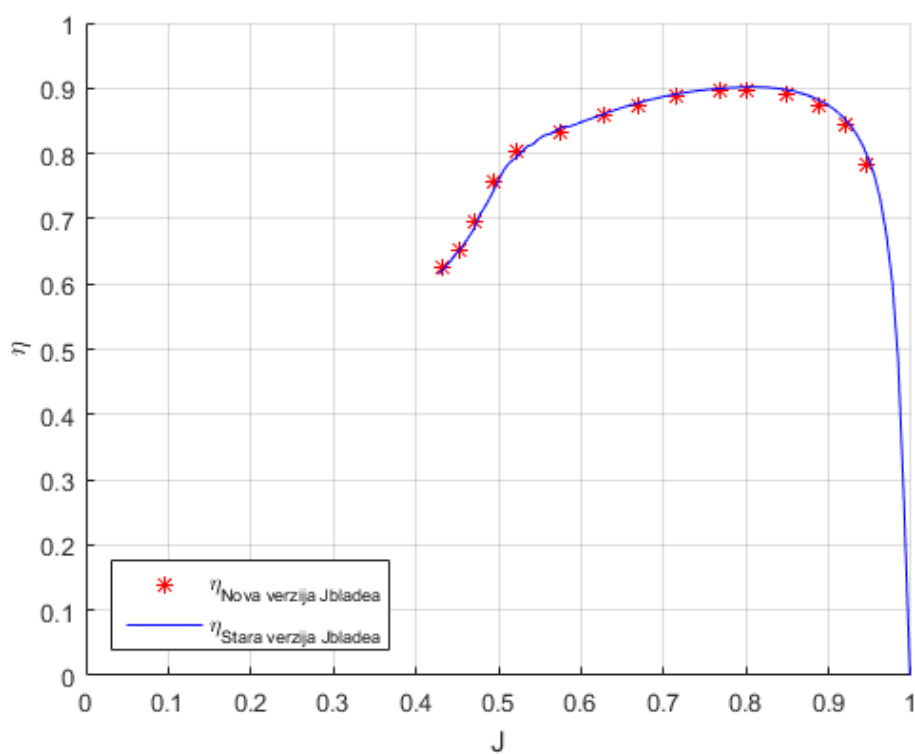
Slika 6.6 Promjena koeficijenta učinkovitosti u ovisnosti o koeficijentu napredovanja za Adkins i Liebeck



Slika 6.7 Usporedba rezultata ovisnosti koeficijenta potisne sile o koeficijentu napredovanja za staru i novu verziju Jbladea [17]



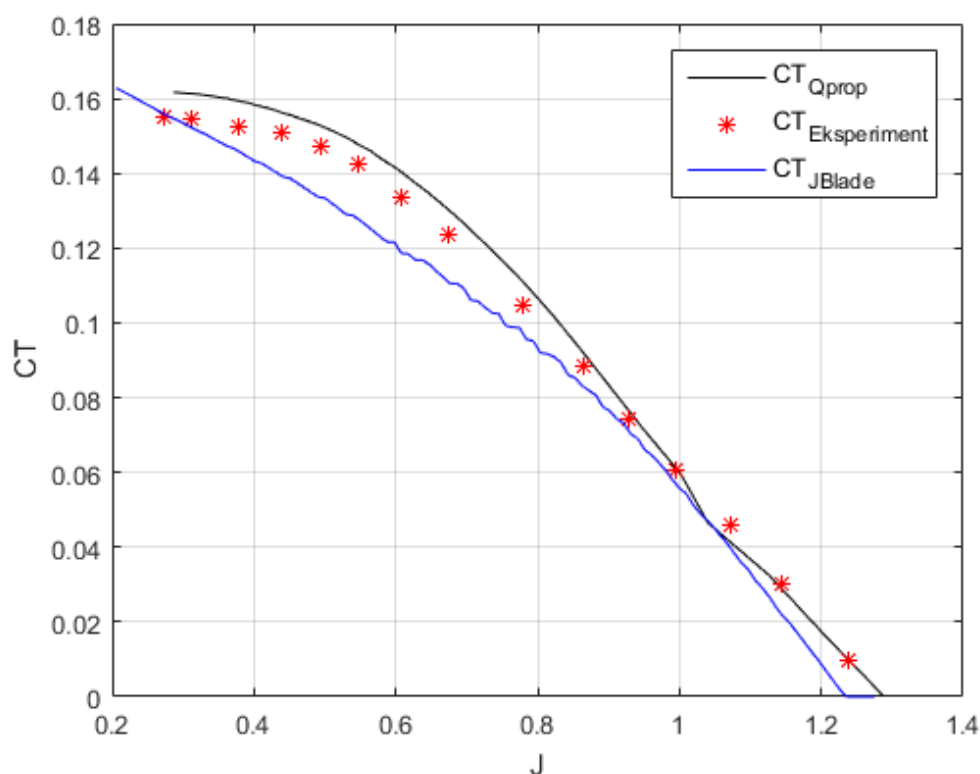
Slika 6.8 Usporedba rezultata ovisnosti koeficijenta snage o koeficijentu napredovanja za staru i novu verziju Jbladea [17]



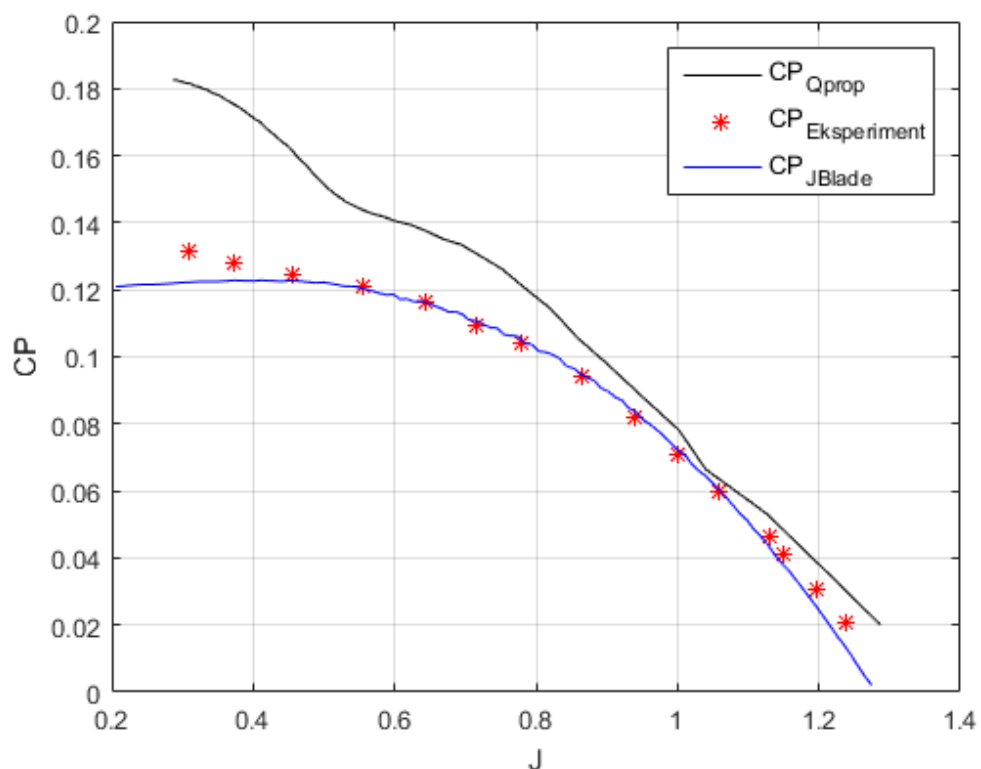
Slika 6.9 Usporedba rezultata ovisnosti koeficijenta učinkovitosti o koeficijentu napredovanja za staru i novu verziju Jbladea [17]

### 6.3. PROPELER 5868-9

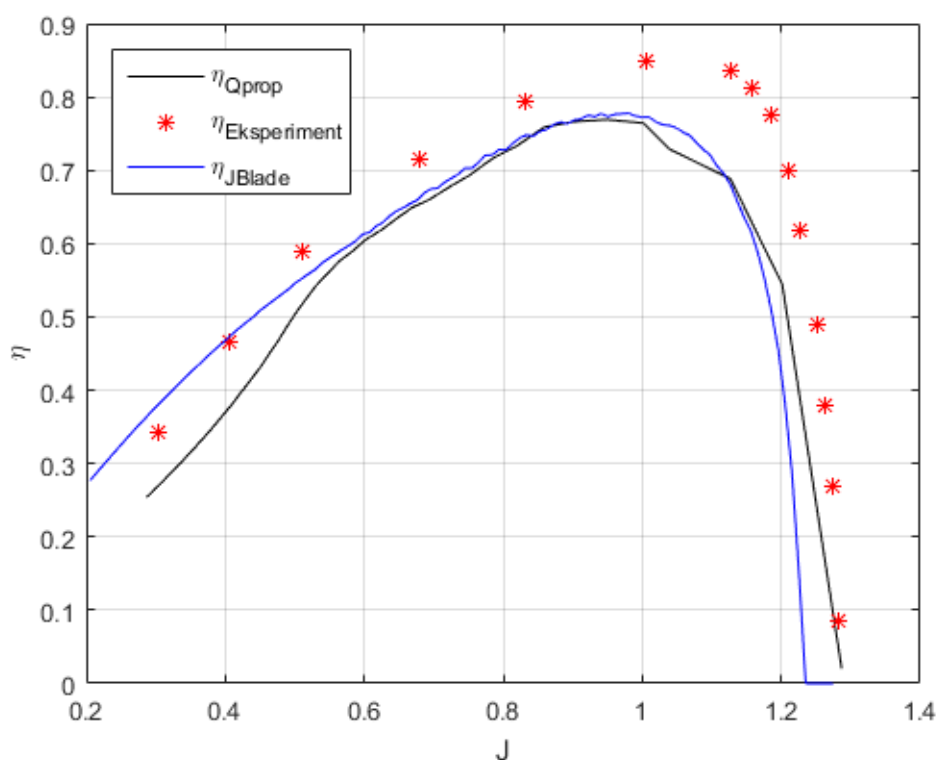
Prikaz rezultata aerodinamičkih značajki za propeler 5868-9 može se vidjeti na slikama (6.10-6.12). Rezultati Jbladea za koeficijent snage su u skladu s onima iz eksperimenta, dok su rezultati za koeficijent potisne sile blago umanjeni te je s time i učinkovitost malo manja od one u eksperimentu. Qprop je na drugu stranu precijenio oba koeficijenta, s tim da je greška za koeficijent potisne sile u tom slučaju veća te je iznos učinkovitosti onda podcijenjen i vrlo sličan onom od Jbladea. Oba programa su dobro procijenili korak napredovanja pri kojem se postiže maksimalna učinkovitost s greškom iznosu od 10%. Veća odstupanja u rezultatima Qpropa mogu se pripisati greškama u relacijama za računanje aerodinamičkih koeficijenata profila u ovisnosti o relativnoj maksimalnoj debljini profila koja utječe na lokalne koeficijente uzgona i otpora.



Slika 6.10 Promjena koeficijenta potisne sile u ovisnosti o koeficijentu napredovanja za propeler 5868-



Slika 6.11 Promjena koeficijenta snage u ovisnosti o koeficijentu napredovanja za propeler 5868-9



Slika 6.12 Promjena koeficijenta učinkovitosti u ovisnosti o koeficijentu napredovanja za propeler 5868-9



## 7. ZAKLJUČAK

U ovom radu testirani su propeleri različitih dimenzija i uvjeta ispitivanja kako bi se provjerila točnost promatranih programskih paketa u svim uvjetima rada te se rezultati usporedili s eksperimentalnim vrijednostima. Pokazalo se da oba programa daju zadovoljavajuće rezultate u usporedbi s dostupnim eksperimentalnim rezultatima i to za tri različita propelera. Vidljivo je da oba programa pokazuju blaga odstupanja za ispitivanja pri nižim Reynoldsovim brojevima i to za manje koefijente napredovanja. U slučaju viših Reynoldsovih brojeva, kod većih propelera, oba programa pokazuju zadovoljavajuće rezultate koji uvelike ovise o točnosti unesenih podataka. Što je nepreciznija procjena geometrije propelera ili samih koeficijenata korištenih aeroprofila veća je i greška izlaznih rezultata.

Što se tiče mogućnosti samih programa svakako valja istaknuti lakše korištenje Jbladea radi grafičkog sučelja koje olakšava uporabu te vizualizaciju samog procesa izrade propelera od početka do kraja. Osim toga, Jblade koristi naprednije metode procjene aerodinamičkih koeficijenata pri kritičnim napadnim kutevima kada nastupa slom uzgona, što rezultira djelomično točnijim rezultatima uz pravilnu uporabu i odabir metode. Nadalje, Jblade je i dalje programski paket u razvojnoj fazi u koji će se (ili već je) nadograditi alati za proračun čvrstoće te tako uzeti u obzir promjenu geometrije propelera uslijed utjecaja vanjskih sila prilikom rada. No, iako Jblade nudi brojne opcije ipak je donekle ograničen s nemogućnošću varijacije kutne brzine prilikom ispitivanja propelera te se promjena koraka napredovanja može ostvariti samo variranjem aerodinamičke brzine. Također, u slučaju krivih ulaznih podataka ili odabira opcija koje nisu u logičkom slijedu izrade modela, dolazi do prestanka rada programa pa je mudro često spremati datoteku pogotovo uslijed ispitivanja složenih geometrija koje iziskuju puno vremena za unos u Jblade.

U drugu ruku Qprop ne posjeduje grafičko sučelje i svi se ulazni podatci zadaju te izlazni dobivaju u tekstualnom formatu. Qprop također koristi drugačiju teoretsku formulaciju bez modela nakon sloma uzgona, što rezultira nešto lošijim rezultatima. No iako blago lošiji po tom pitanju, Qprop posjeduje opciju za variranje kutne brzine te tako realnu imitaciju nekog eksperimentalnog ispitivanja. Uz tu prednost program također nudi i opciju sprege propelera s odgovarajućim električnim motorom, što Jblade još uvijek ne posjeduje.

## 8. LITERATURA

- [1] Qprop, <http://web.mit.edu/drela/Public/web/qprop>, Veljača 2018.
- [2] JBLADE, <https://sites.google.com/site/joaomorgado23/Home>, Veljača 2018.
- [3] JavaProp, <https://www.mh-aerotoools.de/airfoils/javaprop.htm>, Veljača 2018.
- [4] Vrdoljak, M., Konstrukcija i održavanje propelera, 2006.
- [5] Betz A. , Airscrews with minimum energy loss. Report, Kaiser Wilhelm Institute for Flow Research, 1919.
- [6] Goldstein S., On the vortex theory of screw propellers, Proceedings of the Royal Society, 123, 1929.
- [7] Theodorsen T., Theory of Propellers, McGraw-Hill, New York, 1948.
- [8] E.E. Larrabee and S.E. French. Minimum induced loss windmills and propellers, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 15:317–327, 1983.
- [9] Drela M., QPROP Formulation, MIT Aero & Astro June 2006, [http://web.mit.edu/drela/Public/web/qprop/qprop\\_theory.pdf](http://web.mit.edu/drela/Public/web/qprop/qprop_theory.pdf), Veljača 2018.
- [10] Drela, M., XFOIL: An Analysis and Design System for Low Reynolds Number Airfoils. In "Low Reynolds Number Aerodynamics", Edited by Mueller, T. J., Vol. 54, Lecture Notes in Engineering, Springer, Berlin, 1989, pp. 1-12.
- [11] Drela, M., Propeller Characterization for QPROP, [http://web.mit.edu/drela/Public/web/qprop/prop\\_measure.pdf](http://web.mit.edu/drela/Public/web/qprop/prop_measure.pdf), Veljača 2018.
- [12] APC Propellers, Engineering Design Process Used to Develop APC Propellers, <https://www.apcprop.com/Articles.asp?ID=262#airfoil>, Veljača 2018.
- [13] McCrink, M.H., Gregory, M.H., Blade Element Momentum Modeling of Low-Reynolds Electric Propulsion Systems, Journal of Aircraft, Vol. 54, No.1:163-176, 2017.
- [14] J.B. Brandt, R.W. Deters, G.K. Ananda, and M.S. Selig, UIUC Propeller Database-Volume 1, University of Illinois at Urbana-Champaign, url:<http://m-selig.ae.illinois.edu/props/volume-1/propDB-volume-1.html#APC>, Veljača 2018
- [15] Hartman, E. P. and Biermann, D., The Aerodynamic Characteristics of Full-Scale Propellers Having 2, 3, and 4 Blades of Clark Y and R.A.F. 6 Airfoil Sections, NACA Report 640, Washington, 1938.
- [16] Adkins C.N. and Liebeck R.H., Design of Optimum Propellers, Journal Of Propulsion And Power, Vol. 10, No. 5: 676-682. 1994.

- [17] Morgado J.P.S., Development of an Open Source Software Tool for Propeller Design in the MAAT Project, Covilha, Doctoral Thesis, March 2016.
- [18] Airfoil Tools, <http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=clarky-il>, Veljača 2018.
- [19] Carvalho I.D.S.B., Low Reynolds Propellers for Increased Quadcopters Endurance, Covilha, Master Thesis, October 2013.